

**Câu 1** (3,0 điểm).

1. Tính các giới hạn sau

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2+2x-15}$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-x-6}{-2x^2+5x+2}$

c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{4x^2 - x + 1})$

2. Tìm  $a$  để hàm số sau liên tục trên tập xác định của nó

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1}, & \text{khi } x \neq -1 \\ a + 1, & \text{khi } x = -1 \end{cases}$$

**Câu 2** (3,0 điểm).

1. Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x^4 - x^2 + 3}$ . Tính  $f'(-1)$

2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C)  $y = \frac{1-x}{2x+1}$  tại điểm có hoành độ là  $-1$ .

3. Giải phương trình  $y' = 0$  biết  $y = \frac{\sin 3x}{3} + \cos x - \sqrt{3} \left( \sin x + \frac{\cos 3x}{3} \right)$

**Câu 3** (4,0 điểm). Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = a$  và  $SA \perp (ABCD)$ .

1. Chứng minh  $CD \perp (SAD)$  và  $(SAB) \perp (SAD)$

2. Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABCD)$

3. Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $SD$

---Hết---

Câu	Nội dung	Điểm
<b>1.1</b>	<b>Tìm giới hạn của các hàm số sau</b>	<b>2,0</b>
	a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2+2x-15} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-5)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-5} = \frac{1}{8}$	1,0
	b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-x-6}{-2x^2+5x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{1}{x}-\frac{6}{x^2}}{-2+\frac{5}{x}+\frac{2}{x^2}} = \frac{-1}{2}$	0,5
	c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{4x^2 - x + 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x(1 - \sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}) = +\infty$	0,5
<b>1.2</b>	<b>Tìm a để hàm số sau liên tục trên tập xác định của nó</b>	<b>1,0</b>
	TXĐ: $D = \mathbb{R}$ + Xét tính liên tục tại $x = -1$ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x - 2) = -3$	0,25
	$f(-1) = a + 1$ . Hàm số liên tục tại $x = -1$ khi $a + 1 = -3$ . Vậy $a = -4$	0,25
	+ Hàm số liên tục trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ Kết luận với $a = -4$ thì hàm số liên tục trên TXĐ của nó.	0,25 +0,25
<b>2.1</b>	<b>Cho hàm số: <math>f(x) = \sqrt{x^4 - x^2 + 3}</math>. Tính <math>f'(-1)</math>.</b>	<b>1,5</b>
	$f'(x) = \frac{4x^3 - 2x}{2\sqrt{x^4 - x^2 + 3}} = \frac{2x^3 - x}{\sqrt{x^4 - x^2 + 3}}$ . Vậy $f'(-1) = \frac{-\sqrt{3}}{3}$ .	1,0 +0,5
<b>2.2</b>	<b>Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C): <math>y = \frac{1-x}{2x+1}</math> tại điểm có hoành độ là -1.</b>	<b>1,0</b>
	$y' = \frac{-3}{(2x+1)^2}$ . Viết đúng PTTT : $y = -3x - 5$ .	0,5 +0,5
<b>2.3</b>	<b>Giải phương trình <math>y' = 0</math> biết <math>y = \frac{\sin 3x}{3} + \cos x - \sqrt{3} \left( \sin x + \frac{\cos 3x}{3} \right)</math>.</b>	<b>0,5</b>
	$y' = \cos 3x - \sin x - \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x)$	0,25
	$y' = 0$ khi $\cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ . Giải đúng nghiệm.	0,25

<b>3.1</b>	<b>Chứng minh: <math>CD \perp (SAD)</math> và <math>(SAB) \perp (SAD)</math>.</b>	<b>2,0</b>
	$CD \perp AD, AD \subset (SAD)$ $CD \perp SA, SA \subset (SAD)$ suy ra $CD \perp (SAD)$	1,5
	$AB // CD$ $CD \perp (SAD), AB \subset (SAB)$ suy ra $(SAB) \perp (SAD)$	0,5
<b>3.2</b>	<b>Tính góc giữa hai mặt phẳng <math>(SBC)</math> và <math>(ABCD)</math>.</b>	<b>1,0</b>
	$\Delta SAC$ vuông tại A nên $SC = a\sqrt{3}$ $\Delta SAB$ vuông tại A nên $SB = a\sqrt{2}$	0,5
	Chứng minh được $BC \perp SB, AB \perp BC, (SBC) \cap (ABCD) = BC$ Vậy góc cần tìm là góc $ABS$	0,25
	$\Delta SAB$ vuông cân tại A nên góc $ABS = 45^0$ .	0,25
<b>3.3</b>	<b>Gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SD.</b>	<b>1,0</b>
	Gọi K là điểm đối xứng với M qua C. Suy ra tứ giác ADKM là hbh. $d(AM, SD) = d(AM, (SDK)) = d(A, (SDK))$	0,5
	Dựng $AH \perp DK$ tại H, $AI \perp SH$ tại I. Khoảng cách cần tìm là AI.	0,25
	Tính được $AH = \frac{S_{ADKM}}{DK} = \frac{2a}{\sqrt{5}}, AI = \frac{AH \cdot SA}{\sqrt{AH^2 + SA^2}} = \frac{2a}{3}$ Kết luận đúng.	0,25